

## Feuille d'oraux n°2

### Exercice 1

Déterminer le terme général de la suite définie par 
$$\begin{cases} u_{n+2} - u_{n+1} - 6u_n = n - 1 \\ u_0 = 0, u_1 = 1 \end{cases}$$

### Exercice 2

Déterminer les sous-espaces propres de  $A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & -2 & 5 \end{bmatrix}$

### Exercice 3

Déterminer les valeurs propres de  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & -2 & -5 \end{bmatrix}$

### Exercice 4

Déterminer le rang de la famille  $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$

### Exercice 5

Déterminer le rang de  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

### Exercice 6

Calculer  $A^n$ , avec  $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 3 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$

### Exercice 7

Calculer :

- $\int_0^1 (x^2 - \ln(x+1)) dx$
- $\int_0^{\ln(2)} \frac{e^{2x}}{e^{2x}+2} dx$
- $\int_1^2 \frac{\ln(x)}{x} dx$

### Exercice 8

Calculer :

- $\int_0^1 (e^{3x} + \sqrt{x}) dx$
- $\int_0^1 \frac{x+2}{2x+1} dx$
- $\int_1^2 x^2 \sqrt{x^3 + 1} dx$

### Exercice 9

Calculer  $\int_0^1 (x^3 + 1)e^{-x} dx$

### Exercice 10

Calculer  $\int_0^{\pi/2} \cos(x)e^{-x} dx$

### Exercice 11

Donner le nombre de solutions à l'équation  $\ln(x^2 + 1) - \frac{x}{4} = 1$  sur  $\mathbb{R}$ .

### Exercice 12

Soit  $f(x) = \frac{e^{x-3e^{-x}+x}}{x^2 + e^{\frac{1}{x}}}$ .

Déterminer les équivalents simples en  $-\infty$ ,  $0^-$ ,  $0^+$  et  $+\infty$  de  $f(x)$ .

### Exercice 13

Donner le nombre de solutions à l'équation  $(x^2 - x - 1)e^x = 1$

### Exercice 14

Donner le nombre de solutions à l'équation  $\ln(x + 2) - x - 1 = -3$

### Exercice 15

Déterminer  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x) - \sin(x)}{x^2 \ln(1+x)}$  et  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1+x^2) - x^2}{x^3}$ .

### Exercice 16

On dispose de 2 pièces, une pièce équilibrée et une pièce truquée, telle que la probabilité d'obtenir pile est 0.8. On prend une des deux pièces au hasard et on la lance 4 fois, on note  $X$  le nombre de piles obtenus.

- 1) Donner la loi de  $X$  ainsi que son espérance.
- 2) Calculer la probabilité que la pièce prise au hasard soit la pièce équilibrée sachant que l'on a obtenu 4 piles.