

TD 3 : Premier principe

Exercice 1 : Expressions différentielles de la chaleur

Au cours d'une transformation réversible élémentaire d'un corps pur sous une seule phase, la quantité de chaleur élémentaire s'exprime par :

$$\delta Q = C_v dT + l dV$$

$$\delta Q = C_p dT + h dP$$

- En raisonnant successivement à pression constante ou à volume constant, trouver les expressions de l et h en fonction de C_p - C_v , et des dérivées partielles de $T(P,V)$.
- Dans le cas du gaz parfait, retrouver les expressions de l et de h
- En variables T, V pour un gaz parfait, vérifier que δQ n'est pas une différentielle totale. Qu'en est-il de la quantité $\frac{\delta Q}{T}$?

Exercice 2 : Calculs de différents travaux reçus par un gaz parfait

Une masse m de gaz parfait est enfermée dans une enceinte étanche, dont on peut faire varier le volume en déplaçant un piston de masse M selon une direction horizontale (on négligera les forces de frottement entre le piston et la paroi). Les parois de l'enceinte sont supposées diathermes. La pression et la température du milieu extérieur sont respectivement P_a et T_a . Le gaz est initialement à l'équilibre thermodynamique avec le milieu extérieur.

- Calculer la pression P_0 du gaz, sa température T_0 ainsi que le volume V_0 de la chambre à l'instant initial, en fonction de P_a et T_a .
- Le gaz est comprimé en appliquant un effort ponctuel constant au piston, dirigé selon la direction de déplacement de celui-ci. La pression P_a et la température T_a sont maintenues constantes tout au long de l'opération. Au terme d'une évolution irréversible, le gaz atteint un nouvel état d'équilibre thermodynamique.
 - En quoi l'évolution est-elle irréversible ?
 - Calculer la pression P_1 , la température T_1 et le volume V_1 du gaz correspondant au nouvel état d'équilibre atteint à la fin de la transformation.
 - Calculer le travail reçu par le gaz
- On souhaite à présent atteindre le même état d'équilibre final que précédemment, mais cette fois-ci par une transformation réversible.
 - Rappeler l'expression générale du travail reçu par un fluide lors d'une transformation réversible. Est-ce une différentielle totale exacte ?
 - Comme dans la question précédente, la pression P_a et la température T_a sont maintenues constantes tout au long de l'opération. Quel type de transformation obtient-on ? calculer le travail à fournir au gaz pour l'amener de l'état initial à l'état final, en fonction des variables d'état. Quel effort faut-il appliquer au piston ?
 - On étudie à présent la transformation suivante, qui comporte deux étapes :

- i. Etape 1 : compression isobare à la pression P_0 , jusqu'à atteindre le volume V_1
- ii. Etape 2 : évolution isochore, jusqu'à atteindre la pression P_1 et la température T_1

Cette transformation est-elle possible si l'on maintient constante la température T_a ? On suppose que la pression P_a est quant à elle maintenue constante tout au long de la transformation. Quel effort faut-il appliquer au piston lors des étapes 1 et 2 ? Calculer le travail reçu par le fluide une fois la transformation terminée.

- d. Comparer les travaux obtenus aux questions 2c, 3b et 3c. Commenter.
- 4) On suppose maintenant que la masse m de gaz parfait est initialement à l'équilibre thermodynamique avec le milieu extérieur toujours à la pression P_a et la température T_a . Son volume initial est V_0 . Comparer le travail nécessaire pour l'amener à la pression P_1 , à la température T_a , pour les deux transformations suivantes :

- Compression isotherme
- Compression adiabatique réversible, suivie d'un refroidissement isochore ;

Déterminer la quantité de chaleur échangée dans chaque cas. Représenter schématiquement ces trois transformations sur le diagramme de Clapeyron. Est-il avantageux de refroidir un compresseur ?

Pour aller plus loin : Transformation polytropique (question supplémentaire non obligatoire).

On reprend le gaz de la question 4, dans le même état initial et final et on lui fait subir une compression polytropique réversible, suivie d'un refroidissement isochore.

- a. Donner l'expression du travail.

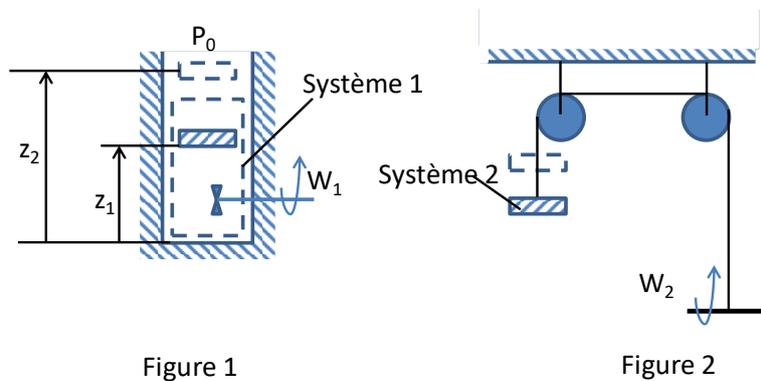
On étudie à présent un compresseur à deux étages, dans lequel on enchaîne successivement les opérations suivantes :

- Compression polytropique réversible jusqu'à la pression P'_1 ;
- Refroidissement isobare jusqu'à la température T_a ;
- Compression polytropique réversible jusqu'à la pression P_1 ;
- Refroidissement isobare jusqu'à la température T_a ;

- b. Représenter cette transformation sur le diagramme de Clapeyron. Quel est l'intérêt d'un compresseur à plusieurs étages ?

Exercice 3 :

On utilise deux méthodes différentes pour soulever un poids, la première thermo-mécanique (fig.1) et la seconde purement mécanique (fig.2).



L'exercice consiste à comparer les énergies mises en jeu durant les deux opérations.

Considérant le système 1 constitué du poids (devenu le piston) et du gaz placé dans l'ensemble adiabatique et le système 2 constitué du seul poids, supposant les frottements négligeables dans les deux cas, calculer en admettant que le gaz est un gaz caloriquement parfait et que la pression extérieure est constante et uniforme (P_0).

- Le travail W_1 apporté au système 1 pour élever le poids de z_1 à z_2 . On suppose le piston isolé thermiquement du gaz.
- Le travail W_2 apporté au système 2 pour effectuer la même opération.

Exercice 4 :

On considère un corps de pompe cylindrique, d'axe vertical à fond plat et à parois adiabatiques de section intérieure $s = 100 \text{ cm}^2$. Dans ce corps de pompe peut coulisser sans frottement un piston également adiabatique sur lequel on a posé quelques masses additionnelles. La masse totale de l'ensemble mobile (piston et masses additionnelles) est $M = 50 \text{ kg}$. Le tout est à l'air libre, la pression atmosphérique extérieure étant $P_0 = 1 \text{ atm}$.

Au début de l'expérience, un opérateur maintient le piston de telle sorte qu'il limite dans le corps de ce pompe un espace libre de hauteur $h_0 = 1 \text{ m}$; cet espace libre est rempli d'hélium à la température $T_0 = 0 \text{ °C}$ et à une pression égale à la pression atmosphérique extérieure P_0 .

L'hélium sera considéré comme un gaz parfait monoatomique.

- 1)
 - a. Dans une première expérience, l'opérateur, soutenant constamment le piston, le laisse descendre très lentement dans le corps de pompe, et l'abandonne enfin lorsqu'il se trouve à l'équilibre sur la colonne d'hélium. Quelles sont à la fin de l'expérience, la hauteur de la colonne d'hélium h_1 et sa température T_1 .

- b. Dans une seconde expérience, les conditions initiales étant les mêmes que précédemment, l'opérateur lâche brusquement le piston qui tombe en comprimant la colonne d'hélium, subit quelques oscillations et s'immobilise au bout d'un certain temps. Quelles sont en fin d'expérience, la hauteur d'hélium h'_1 et T'_1 ?
- 2) Les mêmes expériences sont reprises après que la partie inférieure du corps de pompe ait été remplacée par une cloison diatherme (conductrice de la chaleur) qui fait communiquer thermiquement le corps avec un thermostat de température $T'_0 = 0^\circ\text{C}$.
- a. Le piston est très lentement abaissé par l'opérateur jusqu'à ce qu'il soit en équilibre sur la colonne d'hélium. Calculer la hauteur finale h_2 de la colonne d'hélium. Quelle est la quantité de chaleur Q qui a traversé la cloison diatherme entre le début et la fin de l'expérience ?
- b. Mêmes questions lorsque le piston est lâché brusquement par l'opérateur à la hauteur h_0 ? Préciser l'état final dans ce cas et calculer la quantité de chaleur Q' qui a traversé la cloison lorsque l'équilibre total (mécanique et thermique) est établi.

Exercice 5 : Remplissage d'une enceinte initialement vide

Deux quantités égales de gaz parfait sont enfermées et séparées par des parois adiabatiques et indéformables. Les volumes qu'elles occupent sont notés V_1 et V_2 , leurs températures T_1 et T_2 ($T_1 < T_2$), et leurs pressions sont égales.

La paroi séparatrice étant rendue diatherme et libre de se déplacer sans frottement, un transfert lent de chaleur devient possible entre les deux compartiments.

1. Réaliser un schéma du problème.
2. A partir du 1er principe de la thermodynamique appliqué au système contenant les 2 compartiments, déterminer la température T_3 d'équilibre des 2 gaz.
3. Dans l'équilibre finale, la paroi est immobile. Quelle est la pression finale P_3 d'équilibre des 2 gaz ?
4. A quel type de transformation a-t-on affaire ?

Déterminer le travail et la chaleur reçus par chaque gaz en fonction de n , R , C_p , T_1 et T_2 .